

PROBABILITÀ E STATISTICA - 11.06.2015

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Un programma informatico richiede una percentuale della memoria del computer data da una variabile aleatoria X avente densità di probabilità

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

dove θ è un parametro positivo incognito. Determinare uno stimatore per θ con il metodo dei momenti.

[PUNTI 4]

C1

(C2) Il tempo di esecuzione di un programma è una variabile aleatoria X (misurata in secondi) distribuita normalmente con media μ e varianza σ^2 . Sapendo che $P[X \leq 160] = \frac{1}{2}$ e $P[X \leq 140] = 0.25143$, calcolare μ e σ^2 .

[PUNTI 4]

C2

(C3) La seguente tabella raccoglie i valori dei salari giornalieri di un gruppo di 20 operai di una fabbrica.

salario (euro)	20	25	30
frequenza	10	6	4

Calcola la media, la mediana e la moda di tali salari.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Un segnale, emesso all'istante $t = 0$, giunge al ricevitore in un tempo aleatorio X (misurato in secondi) avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{se } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Determinare la funzione di ripartizione di X .

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria. Mostrare che

$$\text{var}[X] = E[X^2] - (E[X])^2.$$

[PUNTI 2]

- (E1) In una certa località, la popolazione delle persone in possesso della patente automobilistica è composta per il 47% da uomini e per il 53% da donne. Le statistiche mostrano che il 40% degli uomini ha un incidente nell'arco di un anno, mentre la stessa percentuale per le donne scende al 20%.
- (a) Qual è la probabilità che un individuo (in possesso di patente) abbia avuto un incidente nel 2014?
 - (b) Se un individuo ha avuto un incidente nel 2014, qual è la probabilità che si trattasse di una donna?
 - (c) Tra le donne con patente, la percentuale di persone sotto i 30 anni è del 20% e, secondo le statistiche, la percentuale di incidenti in un anno per questa categoria è del 17%. Qual è la probabilità che una donna con più di 30 anni abbia avuto un incidente nel 2014?

[PUNTI 7]

(E2) Si esamina un campione di $n = 100$ frigoriferi e si trova che la media campionaria del loro tempo di vita è $\bar{x}_n = 50$ (mesi). Ipotizzando che il tempo di vita di un frigorifero del campione sia una v.a. X con varianza $\sigma^2 = 144$ e media μ incognita:

- (a) si trovi un intervallo di confidenza al livello di confidenza $1 - \alpha = 0.95$ per la media incognita μ .
- (b) Si supponga ora che sia stato esaminato un altro campione di 100 frigoriferi, con media campionaria \bar{X}_{100} incognita, ma supponiamo di sapere che $J = [45.648, 50.352]$ sia un intervallo di confidenza al livello di confidenza $1 - \alpha = 0.95$ per la media incognita μ del tempo di vita (simmetrico rispetto a μ), sempre supponendo $\sigma^2 = 144$.
 - i. Determinare \bar{X}_{100} .
 - ii. Quale delle due partite di frigoriferi risulta in media più duratura?

[PUNTI 7]

