

PROBABILITÀ E STATISTICA - 13.06.2017

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	TOT
Punti												

(Q1) Sia X una v.a. che rappresenti la durata di un contratto d'affitto (espresso in anni) e sia F_X la funzione di ripartizione di X

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x} & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si determini quale sia la probabilità che il contratto duri più di 4 anni.

[PUNTI 3]

Q1

(Q2) Il numero medio di battiti cardiaci al minuto X per una certa popolazione è una variabile casuale normalmente distribuita con $\sigma = 5$. Si estrae un campione casuale di $n = 100$ soggetti. Dal campionamento si ottiene il valore medio $\bar{x} = 93$. Trovare l'intervallo di confidenza al 95% per la media μ di X .

[PUNTI 3]

Q2

(Q3) Data la funzione

$$f_X(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{se } -1 \leq x < 1, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

si determini il valore di k che assicuri che $f_X(x)$ sia una funzione di densità di una v.a. X .

[PUNTI 3]

Q3

(Q4) Si hanno due urne. La prima contiene 7 palline bianche e 3 rosse. La seconda ne contiene 2 bianche e 3 rosse. Si estrae una pallina dalla prima urna e la si inserisce nella seconda. Si estrae poi una pallina dalla seconda urna. Calcolare la probabilità che le palline estratte siano:

- a) entrambe bianche;
- b) una bianca e una rossa.

[PUNTI 3]

Q4

(Q5) Il peso di certe confezioni alimentari prodotte in modo automatico è una variabile aleatoria normale X con $\mu = 250$ g e $\sigma = 5$ g. Calcolare la probabilità che una confezione pesi meno di 246 g.

[PUNTI 3]

Q5

(Q6) Un metereologo ritiene che la probabilità che a Brescia venga a piovere durante un giorno del mese di giugno è 0.15. Calcolare il numero di giorni di pioggia previsti dal metereologo durante tutto il mese.

[PUNTI 3]

Q6

(Q7) Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n estratto da una popolazione con distribuzione uniforme nell'intervallo $[-2, a]$, con $a > -2$. Determinare lo stimatore di a con il metodo dei momenti.

[PUNTI 3]

Q7

(Q8) I dispositivi elettronici prima di essere immessi in commercio devono poter dimostrare la loro sicurezza e la loro efficacia mediante studi svolti presso strutture idonee ed autorizzate allo scopo.

Si effettua uno studio su un dispositivo elettronico prodotto dalla stessa azienda grazie a tre stabilimenti (A, B e C). Lo stabilimento A produce la metà della produzione totale, quello B il 40% e quello C il rimanente. Gli stabilimenti A, B e C producono dispositivi insicuri nelle percentuali del 3%, del 5% e del 4% rispettivamente.

- a) Determinare la probabilità che un dispositivo elettronico prodotto dall'azienda sia insicuro.
- b) Sapendo che un dispositivo è sicuro, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento C?

[PUNTI 3]

Q8

(Q9) Si supponga che X_1, X_2, X_3 sia un campione casuale di ampiezza 4 estratto da una distribuzione esponenziale di media λ . Si considerino i seguenti stimatori del parametro λ :

$$\Lambda_1 = X_1, \Lambda_2 = \frac{X_2 + X_3}{2}, \Lambda_3 = \overline{X_2}, \Lambda_4 = \frac{2X_1 + X_3}{3}.$$

Indicare quali sono gli stimatori non distorti di λ .

[PUNTI 3]

Q9

(Q10) Sia X una v.a. esponenziale con parametro $\frac{\lambda}{2}$, $\lambda \in \mathbb{R}^+$. Determinare lo stimatore di λ con il metodo di massima verosimiglianza.

[PUNTI 3]

Q10

(Q11) Se A e B sono due eventi indipendenti, dato $P(A) = 0.5$ e $P(A \cup B) = 0.7$, determinare $P(B)$.

[PUNTI 3]

Q11