Probabilità e Statistica - 11.06.2019

Cognome e Nome ....

C. d. L.: ....Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	TOT
Punti												

(Q1) Sia dato il seguente campione aleatorio proveniente da una popolazione con distribuzione normale:

$$26.18, \quad 26.89, \quad 27.85, \quad 28.13, \quad 22.05, \quad 24.68, \quad 24.13, \quad 24.12, \quad 18.50, \quad 21.93.$$

Supponendo che la varianza della popolazione sia nota e pari a 4, si determini un intervallo di confidenza per la media μ di livello di confidenza del 95%.

[punti 3]

Q1 (scrivere gli estremi dell'intervallo con tre cifre decimali)

(Q2) Dati tre stimatori della media μ per campioni aleatori di dimensione n di una variabile aleatoria X con distribuzione normale di varianza 2:

$$T_1 = \overline{X}_n, \quad T_2 = \frac{X_1 + X_2}{2}, \quad T_3 = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{2n},$$

studiarne la correttezza e, fra i non distorti, determinare quelli consistenti.

[punti 3]

Q2

(Q3) Un videogioco è costituito da tre schermate successive, di difficoltà crescente. Se il concorrente supera indenne una schermata, può passare a quella succesiva altrimenti ha perso. Se supera indenne tutte e tre le schermate vince il gioco. Un giocatore supera la prima schermata con probabilità 0.4. Una volta superata la prima schermata, la probabilità che superi anche la seconda è 0.3. Superate le prime due schermate, la probabilità che vinca il gioco (quindi che superi indenne anche la terza schermata) è 0.1. Calcolare la probabilità che il giocatore perda il gioco.

[punti 3]

Q3 (scrivere il risultato con tre cifre decimali)

(Q4) Un'industria ha installato un sistema automatico per il controllo di qualità, che garantisce che, se un pezzo è difettoso, venga eliminato con probabilità 0.995. Si rileva una probabilità pari a 0.001 che anche un pezzo non difettoso venga eliminato.Si sa inoltre che la probabilità che un pezzo sia difettoso è uguale a 0.2. Determinare la probabilità che un pezzo, che non sia stato eliminato al controllo di qualità, sia difettoso.

[PUNTI 3]

Q4 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(Q5) In certi esperimenti l'errore commesso nella determinazione della solubilità di una sostanza è una variabile aleatoria X avente distribuzione uniforme continua con $a = -0.025$ e $b = 0.025$. Calcolare la probabilità che l'errore sia compreso tra 0.010 e 0.015.

[PUNTI 3]

Q5

(Q6) Date due variabili aleatorie X e Y identicamente distribuite, calcolare $\mathrm{cov}(X - Y, X + Y)$.

[PUNTI 3]

Q6

(Q7) Le previsioni sulla domanda di un prodotto sono una variabile normale X con media 1200 e deviazione standard 100. Determinare la probabilità che le vendite stiano fra 1100 e 1300.

[PUNTI 3]

Q7 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(Q8) Dati due eventi A e B tali che $P(A) = \dfrac{1}{2}$, $P(B|A) = \dfrac{1}{4}$, stabilire se gli eventi A e B siano incompatibili, motivando la risposta.

[PUNTI 3]

Q8

(Q9) Un'azienda produce un modello di auto la cui percorrenza X (in km con 1 litro di benzina) ha distribuzione normale, media 25 km/l e deviazione standard 2 km/l. Supponiamo di avere un campione aleatorio di 4 auto prodotte in serie. Determinare la probabilità che la percorrenza media sia superiore a 26 km/l.

[PUNTI 3]

Q9 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(Q10) Ad uno sportello di un ufficio postale in 4 fasce orarie disgiunte ed indipendenti tra loro, si è osservato il numero X di utenti in fila, le cui determinazioni sono: 5, 9, 3, 7. Supponendo che la variabile aleatoria in oggetto segua una distribuzione di Poisson di parametro λ, stimare il numero di utenti in fila attraverso il metodo della massima verosimiglianza.

[PUNTI 3]

Q10

(Q11) Sia X una variabile aleatoria avente densità

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\theta^2} & \text{se } 0 \leq x \leq \theta, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove θ è un parametro reale positivo. Calcolare uno stimatore T di θ mediante il metodo dei momenti e studiarne la correttezza.

[PUNTI 3]

Q11