Statistica e Analisi Matematica - 09.06.2009

Cognome e Nome ....

C. d. L.: GESL Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	S1	S2	S3	S4	A1	A2	A3	A4	TOT
Punti									

(S1) Si considerino due urne. L'urna U_1 contiene 3 palline rosse e 6 palline verdi, mentre l'urna U_2 contiene 6 palline rosse e 2 palline verdi. Vengono estratte a caso 2 palline dall'urna U_1 per poi aggiungerle nell'urna U_2. Qual è la probabilità di estrarre una pallina rossa da U_2?

[punti 4]

S1 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(S2) Un'azienda produce barattoli di salsa di pomodoro. Il dispositivo di riempimento dei barattoli può essere regolato per precisione di erogazione. Assumendo che la quantità sia assimilabile ad una variabile aleatoria X con distribuzione normale di valore atteso 400 g, determinare come regolare il processo (cioè, la deviazione standard σ) in modo che solo il $2,5\%$ dei barattoli contenga meno di $398,04$ g di salsa.

[punti 4]

S2

(S3) Data la funzione densità di probabilità $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{25}(5-x), & \text{se } 0 \leq x < 5, \\ 0, & \text{se } x < 0 \text{ o } x \geq 5, \end{cases}$$

determinare:

(a) la costante k di normalizzazione;

(b) la funzione F_X di ripartizione;

(c) $P\left[\frac{5}{3} < X < \frac{25}{3} \middle| X > \frac{5}{4}\right]$.

[PUNTI 4]

S3

(a)

(b)

(c) (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(S4) Sia $X_1, \ldots, X_n$ $(n > 1)$ un campione aleatorio estratto da una distribuzione di Poisson di media $\frac{\lambda+1}{2}$. Stabilire se $T_n = \overline{X}_n + X_1 - 1$ sia uno stimatore

(a) non distorto di λ;

(b) consistente di λ.

[PUNTI 4]

S4

(a) (motivare la risposta)

(b) (motivare la risposta)

(A1) Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x,y) = (x^2 + y^2 - 1)^3.$$

[PUNTI 4]

A1

(A2) Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = x + y.$$

Determinare il minimo m ed il massimo M di f vincolata a $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad x^2 - 1 \le y \le -x^2 + 1\}$, specificando in quali punti essi vengano assunti.

[PUNTI 4]

A2

(A3) Calcolare

$$\iint_T \left[|x| + e^{\sqrt{|x|}} \sin(y)\right] dx\, dy,$$

dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 1 \le x^2 + y^2 \le 4\}$.

[PUNTI 4]

A3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(A4) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ il vettore tangente alla curva γ data da $\{x = \alpha\, y\, \ln(y) : \quad y > 0\}$ nel punto $P_0 = (0,1)$ è ortogonale al vettore $\vec{v} = (2, -3)$.

[PUNTI 4]

A4