

PROBABILITÀ E STATISTICA - 28.06.2005

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  GESL  INFL

ANNO DI CORSO:  1  2  ALTRO

MATRICOLA .....  FILA 2

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria  $X$  è distribuita normalmente con media 24 e varianza 4. Calcolare  $P[X \geq 19]$  (scrivere il risultato con quattro decimali).

[PUNTI 4]

C1

(C2) Una azienda ha una rete interna che permette l'accesso ad un massimo di 3 utenti contemporaneamente. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 5 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con probabilità  $p = \frac{3}{4}$  di essere connesso al computer centrale. Qual è la probabilità che, ad un dato istante, un operatore non riesca a collegarsi (cioè, tutti e tre gli accessi sono già occupati)?

[PUNTI 4]

C2

(C3) Sia  $X$  la variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{1}{15}x^2 + \frac{2}{5} & \text{se } -2 \leq x < 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare  $E[X]$ .

[PUNTI 3]

C3

(C4) Una fabbrica realizza componenti elettronici che escono da due linee di produzione  $A$  e  $B$ , rispettivamente, con probabilità 0.2 e 0.8. La linea  $A$  ha una percentuale di pezzi difettosi del 4%, mentre  $B$  del 7%. Scegliendo un pezzo a caso e trovandolo difettoso, qual è la probabilità che provenga dalla linea  $B$ ?

[PUNTI 4]

C4

**Quesito Teorico** Mostrare che

$$E[(X + \mu_X)X] = \text{var}[X] + 2\mu_X^2.$$

[PUNTI 2]

- (E1) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale, di dimensione  $n$ , estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo  $[2a, 3a]$ .
- (a) Determinare uno stimatore  $T_1$  di  $a$  con il metodo dei momenti. Verificare se lo stimatore  $T_1$  è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio  $MSE[T_1]$ .
  - (b) Considerato poi lo stimatore  $T_2 = X_1 - \frac{3}{5}X_2$ , verificare se  $T_2$  è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio  $MSE[T_2]$ .
  - (c) Supposto  $n = 3$ , quale dei due stimatori  $T_1$  e  $T_2$  di  $a$  è preferibile (giustificare la risposta)?

[PUNTI 7]

(E2) La quantità (in quintali) di rifiuti solidi smaltiti da un'industria in giornata è una variabile aleatoria  $X$  con densità

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & \text{se } 0 \leq x \leq 5a, \\ k(10a - x) & \text{se } 5a < x \leq 10a, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Nel caso in cui  $a = \frac{6}{5}$ , si chiede:

- (a) Calcolare  $k$  e disegnare il grafico di  $f_X(x)$ .  
 (b) Considerati gli eventi

$A = \{\text{i rifiuti smaltiti sono più di } 5a \text{ quintali}\},$

$B = \{\text{i rifiuti smaltiti sono meno di } 5a \text{ quintali}\},$

$C = \{\text{la quantità di rifiuti smaltiti è compresa tra } 2.5a \text{ quintali e } 7.5a \text{ quintali}\},$

calcolare le probabilità  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(C)$ ,  $P(A|B)$ ,  $P(A|C)$ . Gli eventi  $A$  e  $B$  sono indipendenti?  
 Gli eventi  $A$  e  $C$  sono indipendenti?

[PUNTI 7]