

PROBABILITÀ E STATISTICA - 13.12.2005

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 2

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 36 e varianza 9. Si chiede di calcolare $P[37.02 < X < 40.32]$ (scrivere il risultato con quattro decimali).

[PUNTI 4]

C1

(C2) Un contatore geiger registra il numero di raggi γ dovuti alla radioattività naturale emessi in un minuto. Sapendo che il valore medio al minuto di eventi registrati dal contatore è 4, qual è la probabilità che in un minuto il rilevatore segnali almeno un decadimento (scrivere il risultato con quattro decimali)?

[PUNTI 4]

C2

(C3) Sia X la variabile aleatoria avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{1}{15}x^2 + \frac{2}{5} & \text{se } -2 \leq x < 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare il momento assoluto del secondo ordine.

[PUNTI 3]

C3

(C4) Un'urna contiene 6 palline di cui 4 nere e 2 bianche. Si estrae una pallina e, dopo averne guardato il colore, si rimette a posto aggiungendone una di colore opposto. Si determini la probabilità che alla seconda estrazione la pallina sia nera (riportare il risultato in frazione ridotta ai minimi termini).

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X una v.a. tale che X ed X^2 siano indipendenti. Dimostrare che

$$E[X^3] - (E[X])^3 = E[X] \operatorname{var}[X].$$

[PUNTI 2]

(E1) Data la seguente funzione

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{kx}{y} & \text{se } 0 \leq x \leq a \text{ e } 1 \leq y \leq e, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

nel caso in cui $a = \frac{1}{2}$,

- (a) determinare il valore della costante k affinché $f_{X,Y}(x,y)$ sia una funzione di densità di probabilità congiunta nella variabile aleatoria bidimensionale X, Y ;
- (b) verificare l'indipendenza delle componenti marginali X e Y ;
- (c) calcolare $\text{var} \left[\frac{X}{a} - Y \right]$.

[PUNTI 7]

(E2) Si è misurata 15 volte la temperatura di una stanza ottenendo i seguenti valori

temperatura °C	13.7	13.5	14	14.1	14.4	14.8
frequenza	3	2	4	3	2	1

Supponendo che la temperatura sia una v.a. normale con varianza $\sigma^2 = 9$, determinare un intervallo di confidenza della media al 95%.

Quante misure occorre effettuare affinché l'intervallo di confidenza della media al 90% abbia lunghezza minore di 1?

[PUNTI 7]