

PROBABILITÀ E STATISTICA - 10.01.2006

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS

ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 2

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 45 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[|X - \mu_X| \geq 3]$ (scrivere il risultato con cinque decimali).

[PUNTI 4]

C1

(C2) Nel lancio contemporaneo di due dadi, si consideri l'evento

$$E = \{\text{la somma delle due facce vale 3 o un suo multiplo}\}.$$

Si lanciano ora due dadi contemporaneamente per tre volte. Qual è la probabilità di avere E esattamente 1 volta?

[PUNTI 4]

C2

(C3) Un pescatore si reca a pescare solitamente in due zone: zona A e zona B. Egli ha probabilità $\frac{1}{4}$ di scegliere la zona A e $\frac{3}{4}$ di scegliere la zona B. In A il pescatore ha probabilità $\frac{1}{5}$ di catturare un pesce ogni volta che getta l'amo; in B, invece, $\frac{1}{2}$. Sapendo che il pescatore ha fatto 3 tentativi indipendenti senza riuscire a pescare un pesce, qual è la probabilità che stia pescando nella zona B (scrivere il risultato con tre decimali)?

[PUNTI 3]

C3

(C4) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}xy & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 1 \leq y \leq 3, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $P[Y < X + 1]$.

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria simmetrica rispetto al suo valore atteso μ_X ed avente varianza σ_X^2 . Dimostrare che

$$E[X^3] = 3\mu_X \sigma_X^2 + (E[X])^3.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia X una variabile aleatoria che assume i valori $\{0, 1\}$ e Y una variabile aleatoria che assume i valori $\{1, 3\}$. Sapendo che

$$P[Y = 1] = \frac{2}{5}$$

$$P[X = 0|Y = 1] = P[Y = 1|X = 0] = \frac{1}{3},$$

calcolare la densità congiunta di (X, Y) e $\text{cov}[X, Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto dalla densità

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \left(1 - \frac{x}{2\theta}\right), & \text{se } 0 \leq x \leq 2\theta, \\ 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare uno stimatore T di θ con il metodo dei momenti.
- (b) Stabilire se T è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T]$.

[PUNTI 7]