

PROBABILITÀ E STATISTICA - 05.12.2006

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 4

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 30 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[X > 33.04]$

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C2) In una ditta di trasporti 7 dipendenti su 15 posseggono la patente C per guidare i camions. Scelti a caso 6 dipendenti, qual è la probabilità che 4 di essi abbiano la patente di tipo C ?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Data la funzione

$$f_X(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 \leq x < a, \\ a & \text{se } a \leq x < 4a, \\ 5a - x & \text{se } 4a \leq x < 5a, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

determinare il valore del parametro $a \in \mathbb{R}^+$ affinché $f_X(x)$ sia una funzione di densità di probabilità.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Dati gli eventi A e B , si sa che

$$P[A] = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad P[\bar{A} \cap \bar{B}] = \frac{3}{16}.$$

Sapendo che A e B sono indipendenti, determinare $P[B]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)
--

Quesito Teorico

Date tre variabili aleatorie X, Y, Z , dimostrare che

$$\text{cov}(2X \pm 3Y, Z) = 2 \text{cov}(X, Z) \pm 3 \text{cov}(Y, Z).$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k \frac{y}{x} & \text{se } 1 \leq x \leq e \text{ e } 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale $f_X(x)$ di X ;
- (c) determinare la densità marginale $f_Y(y)$ di Y ;
- (d) dire se le due variabili casuali siano indipendenti, motivando la risposta;
- (e) determinare $f_{Y|X}(y|x)$ per $1 \leq x \leq e$;
- (f) calcolare $E[Y|X = 2]$;
- (g) calcolare $P\left[Y < \frac{1}{2}\right]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale, di dimensione n , estratto da una popolazione distribuita con densità di probabilità

$$f_X(x; b) = \begin{cases} \frac{1}{3b} & \text{se } \frac{3}{2} - 2b < x < \frac{3}{2} + b, \text{ con } b > 0, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare uno stimatore T_1 di b con il metodo dei momenti;
- (b) verificare se lo stimatore T_1 sia distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T_1]$;
- (c) considerato poi lo stimatore $T_2 = 2 \left[\bar{X}_8 - 2X_1 + \frac{3}{2} \right]$, verificare se T_2 sia distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T_2]$;
- (d) quale dei due stimatori T_1 e T_2 di b è preferibile (giustificare la risposta)?

[PUNTI 7]

