Probabilità e Statistica - 19.12.2006

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL   Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 1

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale con distribuzione continua uniforme nell'intervallo (a, b), con $a, b \in \mathbb{R}$ e $b > a$. Determinare a e b sapendo che il valore atteso di X è 0 e la sua varianza è $\frac{4}{3}$.

[punti 4]

C1

(C2) Sia X una variabile casuale con media 20 e varianza 4. Dire qual è il limite inferiore della probabilità $P[14 < X < 26]$.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Ad uno studente viene dato un questionario di 8 domande alle quali deve rispondere solo con un Sì o con un No. Lo studente, preso dal panico, decide di rispondere Sì se nel lancio di un dado non truccato esce 1 oppure 6 e No negli altri casi. Calcolare la probabilità che alle 8 domande risponda almeno 6 volte Sì.

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Calcolare la probabilità che lanciando 5 volte un dado non truccato si ottengano numeri tutti diversi. [PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque decimali)

Quesito Teorico

Detto ρ il coefficiente di correlazione tra due variabili casuali X, Y, dimostrare che

$$\rho(2X, 2Y) = \rho(X, Y).$$

[PUNTI 2]

(E1) Data la funzione

$$f_X(x,\theta) = \begin{cases} 6\,k\,\theta x^2 e^{-\theta x^3} & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$, verificare che, per $k = \frac{1}{2}$, $f_X(x,\theta)$ è una funzione di densità di probabilità per ogni $\theta \in \mathbb{R}^+$.

Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale di ampiezza n, estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità $f_X(x,\theta)$, con il precedente k indicato. Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza $\hat{\theta}$ di θ.

[PUNTI 7]

(E2) Da una popolazione normale di media μ e varianza 4 è stato estratto un campione di ampiezza $n = 6$. Sia

64	72	68	84	75	66

una realizzazione campionaria.

(a) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale al 90% per μ.

(b) Determinare un intervallo di confidenza unilaterale destro al 90% per μ.

(c) Qual è il valore minimo dell'ampiezza n del campione affinché l'intervallo di confidenza bilaterale della media μ al 99% abbia lunghezza minore di 2?

[PUNTI 7]