

MECCANICA RAZIONALE - 02.07.2019

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

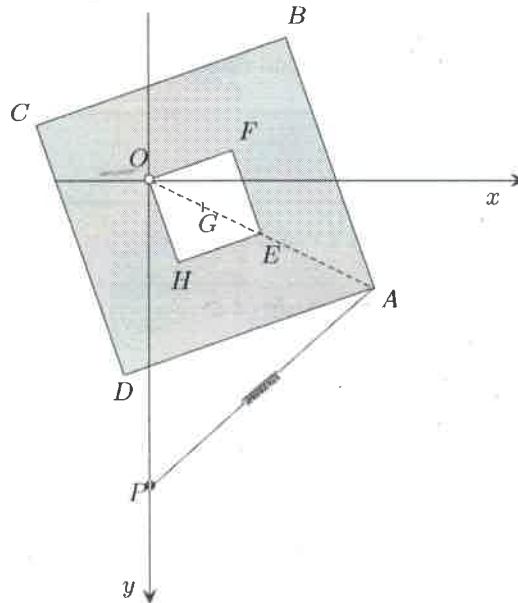
MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. **PROIBITO** usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. **CONSEGNARE questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

In un piano verticale Oxy , si consideri un sistema materiale pesante costituito da una lamina omogenea quadrata con foro quadrato, di massa m , con $\overline{AB} = 3\sqrt{2}R$ e $\overline{EF} = \sqrt{2}R$, e da un punto materiale P , di massa $\frac{1}{4}m$. La lamina è incernierata in un vertice del bordo interno all'origine O del sistema di riferimento. Il punto materiale P è vincolato a scorrere senza attrito sull'asse y . Oltre alle forze peso, sul sistema agisce una molla ideale, di costante elastica $k = \frac{mg}{16R}$, che collega il punto materiale P con il vertice A del bordo esterno della lamina. In A è applicata, inoltre, la forza $\vec{F} = -\frac{5}{8}mg\vec{j}$. Introdotti i parametri lagrangiani $s = y_P$ e $\theta = y^+\hat{OA}$ e supposti i vincoli lisci, si chiede:



1. verificare che il momento d'inerzia I_{Oz} della lamina rispetto all'asse z è $\frac{13}{3}mR^2$ [PUNTI 4]

$$1 \rightarrow ABCD; 2 \rightarrow OHEF; m = m_1 + m_2; m_1 = 9/8 m; m_2 = m/8$$

$$I_{Oz} = I_{Gz} + mR^2; I_{Gz} = I_{Gz}^1 + I_{Gz}^2 = 10/3 mR^2$$

2. determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema [PUNTI 4]

$$U = -\frac{3}{2}m g R \cos \theta + \frac{1}{4}m g s - \frac{m g s^2}{32R} + \frac{m g s \cos \theta}{4} + \text{cost.}$$

3. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema [PUNTI 4]

$$(O_e, s_e): (0, 8R); (\pi, 0); (\frac{\pi}{3}, 6R); (\frac{5\pi}{3}, 6R)$$

4. determinare le reazioni vincolari nelle configurazioni di equilibrio [PUNTI 4]

$$m(0, 8R), (\pi, 0): \vec{\Phi}_O^e = (0, -\frac{5mg}{8}); \vec{\Phi}_P^e = \vec{0}$$

$$m(\frac{\pi}{3}, 6R): \vec{\Phi}_O^e = (\frac{13mg}{8}, -\frac{5mg}{8}); \vec{\Phi}_P^e = -\frac{13mg}{8} \vec{i}$$

$$m(\frac{5\pi}{3}, 6R): \vec{\Phi}_O^e = (-\frac{13mg}{8}, -\frac{5mg}{8}); \vec{\Phi}_P^e = \frac{13mg}{8} \vec{i}$$

5. calcolare l'espressione della quantità di moto del sistema [PUNTI 4]

$$\vec{Q} = m(R\dot{\theta} \cos \theta, \frac{1}{4}\dot{s} - R\dot{\theta} \sin \theta)$$

6. scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 4]

$$T = \frac{13}{6}mR^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{8}m\dot{s}^2$$

7. calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O [PUNTI 4]

$$\vec{K}_O = -\frac{13}{3}mR^2\dot{\theta} \vec{k}$$

8. scrivere le equazioni differenziali del moto del sistema [PUNTI 2]

$$\frac{13}{3}R^2\ddot{\theta} + \frac{1}{4}gs \sin \theta - \frac{3}{2}gR \sin \theta = 0$$

$$4R\ddot{s} + gs - 4Rg \cos \theta - 4Rg = 0$$

9. determinare eventuali integrali primi di moto [PUNTI 2]

$$T - U = E$$

$$\frac{13}{6}mR^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{8}m\dot{s}^2 + \frac{3}{2}m g R \cos \theta - \frac{1}{4}m g s + \frac{m g s^2}{32R} - \frac{m g s \cos \theta}{4} = E$$