

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBL  CIVL

ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

ESERCIZIO. In un piano verticale  $Oxy$ , si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  e da un'asta omogenea  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $2R$ . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse  $x$ . L'asta  $AB$  ha l'estremo  $A$  vincolato mediante una cerniera nel centro del disco, mentre l'estremo  $B$  è scorrevole sull'asse  $y$ . Oltre alla forza peso, nell'estremo  $B$  dell'asta agisce la forza elastica  $\vec{F}_B = -k(B - C)$  dove  $k = \frac{mg}{2R}$  e  $C$  è il punto del semiasse  $Oy^+$  tale che  $|C - O| = 4R$ . Sul disco agisce, inoltre, una coppia di momento  $\vec{M} = -mgR \sin \theta \vec{i} \times \vec{j}$ , dove  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  sono i versori rispettivamente dell'asse  $x$  e dell'asse  $y$ .

Introdotta il parametro lagrangiano  $\theta = y^- \widehat{BA}$ , supposti i vincoli lisci, si chiede:

1. dimostrare che  $\vec{\omega}_D = 2\dot{\theta} \cos \theta \vec{j} \times \vec{i}$  è la velocità angolare del disco (punti 3);
2. scrivere la funzione potenziale della coppia che agisce sul disco (punti 2);
3. scrivere la funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 2);
4. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 4);
5. calcolare le reazioni vincolari esterne all'equilibrio (punti 3);
6. calcolare la reazione vincolare interna all'equilibrio (punti 2);
7. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 3);
8. scrivere l'espressione del momento della quantità di moto  $\vec{K}_{O_{asta}}$  dell'asta  $AB$  rispetto all'origine  $O$  del sistema di riferimento (punti 2);
9. scrivere l'equazione differenziale del moto per l'intero sistema (punti 1).

