

2<sup>a</sup> PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 30.06.2009

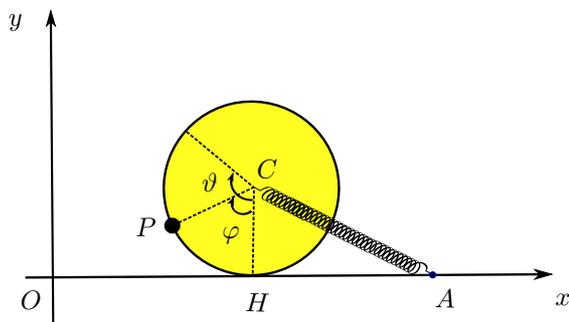
COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBQ  CIVQ  EDIQQ  MATQ  MECQ

ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

**ESERCIZIO.** In un piano verticale  $Oxy$  un disco omogeneo di centro  $C$ , massa  $m$  e raggio  $R$ , rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$ , tra il punto  $O$  e il punto  $A$  di coordinate  $(R\pi, 0)$ . Nell'istante iniziale,  $t = 0$ , il punto di contatto  $H$  coincide con l'origine  $O$  del sistema di riferimento. Un punto materiale  $P$ , di massa  $m$ , è vincolato a scorrere sul bordo del disco.

Si introducano i parametri lagrangiani  $\vartheta$ , angolo di rotazione del disco, e  $\varphi = \widehat{HCP}$ . Oltre alle forze peso, sul disco agiscono la forza elastica  $\vec{F}_C = -k(C-A)$  dove  $k = \frac{\sqrt{3}mg}{3\pi R}$  e la coppia di momento  $\vec{M} = -\frac{\sqrt{3}mgR}{3\pi} \lambda \vartheta \vec{i} \times \vec{j}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , mentre sul punto  $P$  agisce la forza  $\vec{F}_P = -\sqrt{3}mg\vec{i}$ , dove  $\vec{i}, \vec{j}$  sono i versori dell'asse  $x$  e dell'asse  $y$ .



Supposti i vincoli lisci, si chiede di:

1. determinare il campo di variabilità dei parametri lagrangiani assegnati (punti 1);
2. determinare l'espressione della funzione potenziale della forza elastica  $\vec{F}_C$  (punti 1);
3. determinare l'espressione della funzione potenziale della forza  $\vec{F}_P$  e quella della coppia (punti 2);
4. scrivere l'espressione della funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema materiale (punti 1);
5. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema in funzione del parametro  $\lambda$  (punti 4);
6. determinare le configurazioni di equilibrio di confine del sistema in funzione del parametro  $\lambda$  (punti 3);
7. studiare la stabilità delle configurazioni d'equilibrio ordinarie in funzione del parametro  $\lambda$  (punti 2);
8. determinare la reazione vincolare esterna in tutte le configurazioni di equilibrio (punti 3);
9. svincolato il punto  $P$  dal disco, determinare la reazione vincolare interna  $\vec{\phi}_P$  in tutte le configurazioni di equilibrio (punti 2);
10. determinare l'espressione dell'energia cinetica del sistema materiale (punti 3);

AVVERTENZA:

- Durata della prova: 1 ora 50 minuti.