

MECCANICA RAZIONALE - 12.06.2019

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

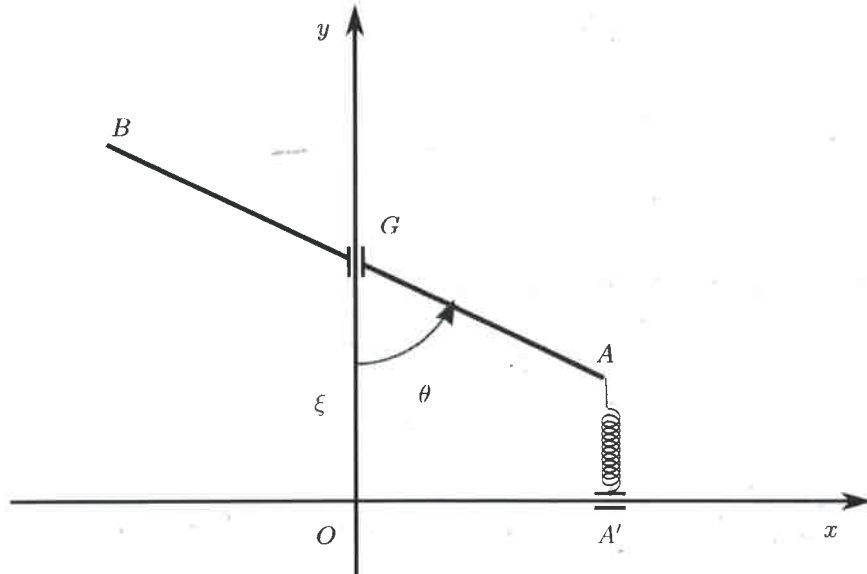
ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

In un piano verticale Oxy , si consideri un'asta AB , omogenea e pesante, di massa m e lunghezza 2ℓ , avente il baricentro G scorrevole sull'asse non negativo y . Oltre alla forza peso, sull'asta agiscono la forza elastica $\vec{F}_A = -k(A - A')$, con A' proiezione di A sull'asse x e di costante elastica $k = \frac{2mg}{\ell}$, ed una coppia di momento costante $\vec{M} = \frac{1}{2}mg\ell \vec{k}$.

Supposti i vincoli lisci e scelti come parametri lagrangiani l'angolo $\theta = \widehat{yGA}$ che l'asta AB forma con l'asse y e l'ordinata ξ del baricentro G , si chiede:



1. determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sull'asta [PUNTI 4]

$$U = -mg\xi - \frac{mg}{l}(\xi - l\cos\theta)^2 + \frac{1}{2}mgl\theta + \text{costante}$$

2. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie dell'asta [PUNTI 4]

$$(\theta_e, \xi_e) : \left(\frac{11\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}-1}{2}l \right)$$

3. determinare le configurazioni di equilibrio di confine dell'asta [PUNTI 4]

$$(\theta_e, \xi_e) : \left(\frac{7\pi}{12}, 0 \right) ; \left(\frac{11\pi}{12}, 0 \right) ; \left(\frac{19\pi}{12}, 0 \right)$$

4. determinare la reazione vincolare nelle configurazioni di equilibrio ordinarie [PUNTI 4]

$$\vec{\Phi}_G^e = \Phi_G^e \vec{i} : \vec{\Phi}_G^e = \vec{0} \quad \forall (\theta_e, \xi_e)$$

5. calcolare l'espressione della quantità di moto del sistema [PUNTI 4]

$$\vec{Q} = m \dot{\xi} \vec{j}$$

6. scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 4]

$$T = \frac{1}{2}m\dot{\xi}^2 + \frac{1}{6}m l^2 \dot{\theta}^2$$

7. calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O [PUNTI 4]

$$\vec{K}_O = \frac{1}{3}m l^2 \dot{\theta} \vec{k}$$

8. scrivere le equazioni differenziali del moto del sistema [PUNTI 2]

$$\begin{aligned} 2l^2\ddot{\theta} + 12g(\xi - l\cos\theta)\sin\theta - 3gl &= 0 \\ l\ddot{\xi} + gl + 2g\xi - 2gl\cos\theta &= 0 \end{aligned}$$

9. determinare eventuali integrali primi di moto [PUNTI 2]

$$T + V = E \rightarrow T - U = E$$

$$\frac{1}{2}m\dot{\xi}^2 + \frac{1}{6}m l^2 \dot{\theta}^2 + mg\xi + \frac{mg}{l}(\xi - l\cos\theta)^2 - \frac{1}{2}mgl\theta = E$$