

MECCANICA RAZIONALE - 16.04.2019

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

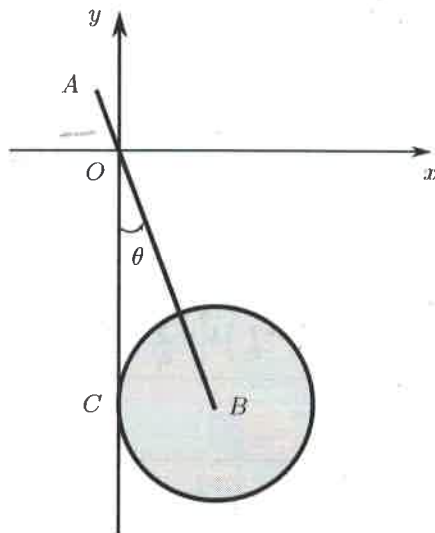
Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

In un piano verticale Oxy , un'asta AB , omogenea di massa m e lunghezza $4R$, è vincolata a passare per l'origine O del sistema di riferimento. Nell'estremo B dell'asta è incernierato un disco, omogeneo di massa m e raggio R , che rotola senza strisciare sull'asse y e si muove nel semipiano $y \leq 0$ senza oltrepassare l'asse x , vedi figura.

Si introduca il parametro lagrangiano $\vartheta = \widehat{COB}$.

Oltre alle forze peso, nell'estremo B dell'asta agisce la forza $\vec{F}_B = -2mg\vec{i} + 2mg\vec{j}$, mentre sul disco agisce una coppia di momento $\vec{M} = m g R \sin^2 \vartheta \vec{j} \times \vec{i}$, dove \vec{i} e \vec{j} sono i versori rispettivamente dell'asse x e dell'asse y .

Supposti i vincoli lisci, si chiede:



1. verificare che il campo di variabilità del parametro lagrangiano ϑ è $\left[\arcsin \frac{1}{2}, \frac{\pi}{4} \right]$ [PUNTI 3]

DAL CASI LIMITE : $\bullet A \equiv O$
 $\bullet OCB$ TRIANGOLO RETTANGOLO ISOSCELE

2. determinare le coordinate del centro B del disco e quelle del baricentro G dell'asta AB [PUNTI 3]

$$B(R, -R \cot \vartheta) \quad ; \quad G(R - 2R \sin \vartheta, 2R \cos \vartheta - R \cot \vartheta)$$

3. determinare la velocità angolare $\vec{\omega}_{AB}$ dell'asta AB e verificare che la velocità angolare $\vec{\omega}_D$ del disco è $\vec{\omega}_D = \frac{\dot{\vartheta}}{\sin^2 \vartheta} \vec{i} \times \vec{j}$ [PUNTI 3]

$$\vec{\omega}_{AB} = \dot{\vartheta} \vec{k} \quad ; \quad \text{LA VERIFICA DI } \vec{\omega}_D \text{ DAL CONFRONTO TRA } \vec{v}_B = \frac{d(B-O)}{dt}$$

$$\text{E } \vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_D \times (B-C) = \vec{\omega}_D \times (B-C)$$

4. determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema [PUNTI 5]

$$U = -2Rmg \cos \vartheta - mgR\vartheta + \cos \vartheta$$

5. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema [PUNTI 3]

$$\vartheta_e = \frac{\pi}{6}$$

6. determinare le configurazioni di equilibrio di confine del sistema [PUNTI 4]

$$\vartheta_e^c = \arcsin \left(\frac{1}{4} \right) \quad ; \quad \vartheta_e^c = \frac{\pi}{4}$$

7. determinare la reazione vincolare esterna all'equilibrio [PUNTI 4]

$$\text{in } \vartheta_e = \frac{\pi}{6} \quad \vec{\Phi}_O^e = \frac{mg}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} + \frac{1}{2} \vec{j} \right) \quad ; \quad \vec{\Phi}_C^e = \left(2mg - \frac{\sqrt{3}mg}{4} \right) \vec{i} - \frac{mg}{4} \vec{j}$$

8. determinare la reazione vincolare interna all'equilibrio [PUNTI 3]

$$\text{in } \vartheta_e = \frac{\pi}{6} \quad \vec{\Phi}_B^e = \left(\frac{\sqrt{3}mg}{4} - 2mg \right) \vec{i} + \frac{5}{4} mg \vec{j}$$

9. scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 4]

$$T = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\vartheta}^2 \left(\frac{16}{3} + \frac{5}{2 \sin^4 \vartheta} - \frac{4}{\sin \vartheta} \right)$$