

MECCANICA RAZIONALE - 26.03.2013

COGNOME E NOME

C. D. L.: EDILMU EDIQQ

ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

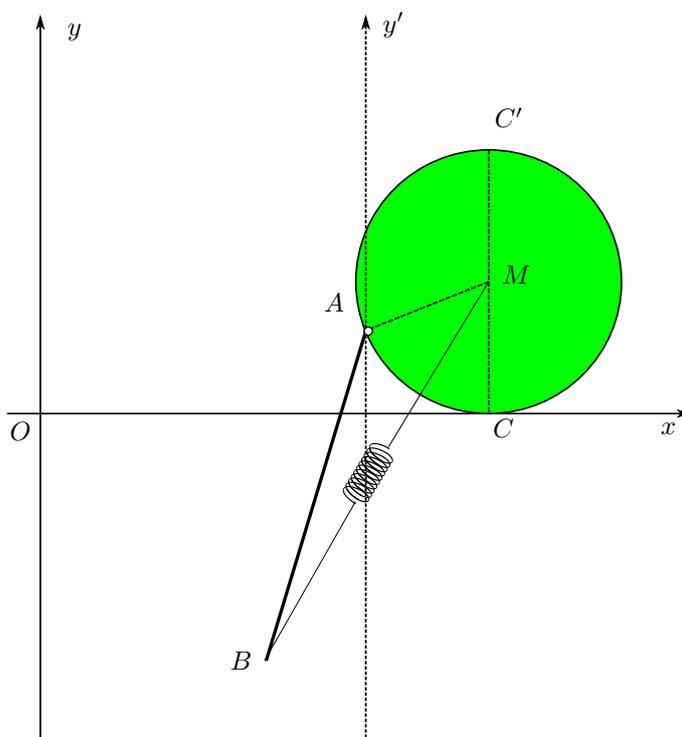
MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

| Quesito | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | TOT |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| Punti | | | | | | | | | |

Nel piano verticale Oxy si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo, di massa $2m$ e raggio R , che rotola senza strisciare sull'asse x , e da un'asta omogenea AB , di massa m e lunghezza 2ℓ , avente l'estremo A incernierato senza attrito in un punto della circonferenza del disco. Una molla ideale di costante elastica $k = \alpha \frac{mg}{R}$, con $\alpha \in \mathbb{R}^+$, collega l'estremo B dell'asta con il centro M del disco. Sia C il punto del disco che coincide con il punto di contatto con l'asse x . Si scelgano come parametri lagrangiani $\theta = \widehat{CMA}$ e $\varphi = y' - \widehat{AB}$, dove l'asse y' è parallelo all'asse y , passante per A ed equiverso all'asse y . Sul punto C' della circonferenza, che ad ogni istante si trova sulla verticale passante per C , agisce una forza $\vec{F}_{C'} = \frac{mg}{2} \sin \theta \vec{v}$, dove \vec{v} è il versore dell'asse x . Sapendo che, quando $C \equiv O$, $\theta = 0$ e $x_C \geq 0$, si chiede:



1. verificare che la funzione potenziale della forza $\vec{F}_{C'}$ è la funzione $U_{\vec{F}_{C'}} = -mgR \cos \theta + \text{cost.}$ [PUNTI 4]

2. determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema [PUNTI 4]

3. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema, discutendone l'esistenza in funzione del parametro α [PUNTI 4]

4. determinare le configurazioni di equilibrio di confine del sistema, discutendone l'esistenza in funzione del parametro α [PUNTI 4]

5. discutere la stabilità delle configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema al variare del parametro α [PUNTI 4]

6. determinare la reazione vincolare esterna all'equilibrio [PUNTI 4]

7. scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 4]

8. calcolare le pulsazioni principali delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile nel caso $\alpha = 1$ ed $\ell = \frac{9}{4}R$ [PUNTI 4]