Probabilità e Statistica - 27.03.2008

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 2

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media μ e varianza 4. Calcolare μ affinché $P[X > 2.4] = 0.2327$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con due decimali)

(C2) La probabilità di vincere in una determinata lotteria settimanale è $p = 0.0003$. Supponendo di giocare tutte le settimane, calcolare la probabilità di vincere almeno due volte in 20 anni (utilizzare un'opportuna approssimazione).

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C3) Sia X una variabile casuale con funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \ln x & 1 < x \leq e \\ 1 & x > e \end{cases}$$

Calcolare la probabilità condizionata $P[X > \sqrt[3]{e} \,|\, -2 < X < e^5]$.

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Si suppone che la temperatura giornaliera nel mese di aprile sia una variabile casuale uniformemente distribuita sull'intervallo $[15°\mathrm{C}, 20°\mathrm{C}]$. Qual è la probabilità che in una settimana la temperatura superi i 17°C in 3 giorni su 7?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

Quesito Teorico

Siano A, B, C tre eventi tali che A sia indipendente da B e da C, B e C siano incompatibili. Dimostrare che

$$P[B \cup C|A] = P[B] + P[C].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

Y \ X	-1	1
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{p}{3}$
1	0	p
2	$2p$	0

(a) determinare il valore di p;

(b) calcolare il coefficiente di correlazione $\rho[4X, 2Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale di ampiezza n, estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x,\theta) = \begin{cases} \dfrac{2}{\theta} e^{-2(x-3)/\theta} & \text{se } x > 3, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$,

(a) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza T di θ;

(b) verificare se lo stimatore T è corretto;

(c) calcolare l'errore quadratico medio MSE[T];

(d) verificare che T è consistente.

[PUNTI 7]