Probabilità e Statistica - 08.07.2008

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL   Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 3

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media -3 e varianza 4. Si chiede di calcolare $P[X > -1.92 \mid X > -3]$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(C2) Data la densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} ax^2 + b & 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

determinare a affinché si abbia $\mathrm{E}[X] = 5/4$.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) La compagnia aerea Bryan Air ha rilevato che il 10% dei clienti che acquistano un biglietto aereo non si presenta alla partenza ed ha quindi stabilito di vendere 83 biglietti per un volo su un aereo con 80 posti. Assumendo che i passeggeri si comportino indipendentemente, calcolare la probabilità che tutti i passeggeri che si presentano all'imbarco possano prendere il volo.

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C4) Siano A, B, C tre eventi tali che $\mathrm{P}(A \cup B \cup C) = 1$, $\mathrm{P}(B) = 2\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(C) = 1/4$. Inoltre si sa che A e C sono indipendenti, A e B sono incompatibili, B e C sono incompatibili. Determinare $\mathrm{P}(A)$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Dati due eventi A_1, A_2, con $\mathrm{P}(A_1) > 0$, verificare che

$$\mathrm{P}(A_1 \cap A_2 | A_1) \geq \mathrm{P}(A_1 \cap A_2 | A_1 \cup A_2).$$

[PUNTI 2]

(E1) Data la funzione di densità di probabilità congiunta

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(x-y) & 1 < x < 5,\ 0 < y < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

determinare

(a) la costante di normalizzazione c;

(b) le funzioni di densità di probabilità marginale f_X, f_Y;

(c) la funzione di densità di probabilità condizionata di X, dato $Y = y$, con $0 < y < 1$;

(d) la funzione di ripartizione condizionata di X, dato $Y = y$, con $0 < y < 1$.

[PUNTI 7]

(E2) Si ritiene che il pH di una particolare soluzione chimica sia distribuito normalmente con media μ. Effettuando 4 misurazioni sulla soluzione, si sono rilevati i seguenti dati:

8.24	8.18	8.15	8.23

(a) Se è noto che $\sigma^2 = 0.0049$, si determini un intervallo di confidenza bilaterale per la media μ al 90%.

(b) Quale dovrebbe essere l'ampiezza minima del campione, a parità di livello di confidenza, se si volesse un intervallo bilaterale di ampiezza inferiore a 1/3 dell'ampiezza dell'intervallo del punto (a)?

(c) Si ipotizzi ora che σ^2 non sia nota e si determini un intervallo di confidenza bilaterale al 90% per μ.

[PUNTI 7]