

PROBABILITÀ E STATISTICA - 28.06.2010

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">QT</span>	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Ogni mattina d'estate un giardiniere si prepara un cestino con 6 frutti: due kiwi, una mela, una pesca e due albicocche. Durante la giornata estrae a caso dal cestino tre di questi frutti e li mangia. Sapendo che le sue provviste iniziali comprendevano 20 kiwi, 20 albicocche, 10 pesche e 10 mele, calcolare la probabilità che, dopo 10 giorni, tanto le mele quanto le pesche siano finite.

[PUNTI 4]

C1

(C2) Sia  $X$  una variabile aleatoria normale di media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$  incognite. Determinare il valore di  $\mu$  e  $\sigma$  sapendo che

$$P[X \geq 3.1] = 0.42074 \quad \text{e} \quad P[X < 1] = 0.30854 .$$

[PUNTI 4]

C2

(C3) Un'azienda di trasporto urbano possiede 200 autobus. Questi hanno una probabilità pari a 0.03 di subire un guasto in una giornata. Il reparto di manutenzione riesce a far fronte a non più di 2 riparazioni al giorno. Calcolare la probabilità che il reparto non riesca a riparare tutti gli autobus che si guastano in un giorno.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Dall'esperienza passata, un docente sa che se si sceglie a caso uno studente, il suo punteggio all'esame di laurea sarà una variabile casuale di media 75 e varianza 9. Qual è il numero minimo di studenti che devono sostenere l'esame affinché vi sia una probabilità almeno di 0.8 che la media dei punteggi della sessione non disti più di 3 da 75?

[PUNTI 4]

C4

**Quesito Teorico**

Siano  $X$  e  $Y$  due variabili casuali di varianza  $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$ . Utilizzando la disuguaglianza

$$\text{var} \left[ \frac{X}{\sigma_X} + \frac{Y}{\sigma_Y} \right] \geq 0,$$

dimostrare che il coefficiente di correlazione  $\rho_{X,Y} \geq -1$ .

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale di ampiezza  $n$  estratto da una popolazione con densità di probabilità

$$f_X(x) = -\frac{3}{4\theta^3} x(x - 2\theta) I_{(0,2\theta)}(x),$$

dipendente dal parametro  $\theta > 0$ .

- (a) Determinare mediante il metodo dei momenti uno stimatore  $T$  del parametro  $\theta$  valutandone la correttezza e la consistenza.
- (b) Supponendo di avere i seguenti dati campionati

2, 4, 5, 8, 2, 4, 9, 7, 7, 8, 4, 6, 4,

dare una stima di  $\theta$ .

[PUNTI 7]



(E2) Data una variabile aleatoria bidimensionale  $(X, Y)$  e data la funzione

$$f_{X,Y}(x, y) = k \frac{y}{x^2} e^{-y} I_{(2,4)}(x) I_{(0,+\infty)}(y),$$

- (a) determinare il valore di  $k$  affinché  $f_{X,Y}(x, y)$  sia una funzione densità di probabilità congiunta;
- (b) determinare la densità di probabilità condizionata  $f_{X|Y}(x|y)$  per valori di  $y$  positivi;
- (c) calcolare  $\text{var}[X + Y]$ .

[PUNTI 7]

