

PROBABILITÀ E STATISTICA - 06.09.2010

COGNOME E NOME

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 45 e deviazione standard 3. Si chiede di calcolare $P[|X - 45| < 6.69]$

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C2) Si considerino le misure dei diametri dei cuscinetti usati nel carrello di un aereo. Un campione di 16 cuscinetti ha presentato diametro medio pari a 8,255 cm. Supponendo che la distribuzione dei diametri dei cuscinetti sia una normale di media μ e varianza $\sigma^2 = 0,16 \text{ cm}^2$, determinare l'intervallo di confidenza al 90% per μ .

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C3) Una serratura si apre con un codice decimale di tre cifre. Sapendo che due cifre sono dispari, scelte tra $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, e una pari, scelta tra $\{0, 2, 4, 6\}$, trovare il numero massimo di tentativi che bisogna effettuare per aprire la serratura.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile aleatoria X con media $\mu = 15$ e deviazione standard $\sigma = 2,5$. Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 5 e 25?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

Quesito Teorico

Sia dato un campione casuale X_1, \dots, X_n la cui distribuzione congiunta sia nota a meno di un parametro p incognito. Supponiamo che X_i siano variabili casuali bernoulliane ed indipendenti, ciascuna con media p . Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza della distribuzione bernoulliana di media incognita.

[PUNTI 2]

(E1) Siano dati i due eventi E e H tali che

$$P(E) = \frac{1}{7}, \quad P(H|E) = \frac{1}{6}, \quad P(E|H) = \frac{1}{7}.$$

- (a) dire se gli eventi E e H sono incompatibili, motivando la risposta;
- (b) calcolare $P(H)$;
- (c) calcolare $P(E \cup H)$;
- (d) calcolare $P(\overline{E}|\overline{H})$;
- (e) calcolare $P(E|H) + P(E|\overline{H})$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = C \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right) I_{(0,1)}(x) I_{(0,4)}(y).$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $C \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la funzione di ripartizione congiunta $F_{X,Y}(x, y)$;
- (c) determinare le densità marginali $f_X(x)$ e $f_Y(y)$;
- (d) calcolare $E[Y|X = x]$.

[PUNTI 7]

