

PROBABILITÀ E STATISTICA - 17.01.2011

COGNOME E NOME

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 28 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[30 \leq X < 35]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Una azienda ha una rete interna che permette l'accesso ad un massimo di 3 utenti contemporaneamente. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 5 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con probabilità $p = \frac{3}{4}$ di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che, ad un dato istante, un operatore non riesca a collegarsi (cioè, tutti e tre gli accessi sono già occupati)?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) Sia X la variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{16}x^2 & \text{se } -2 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $\text{var}[X]$.

[PUNTI 4]

C3

- (C4) Una fabbrica realizza componenti elettronici che escono da due linee di produzione A e B , rispettivamente, con probabilità 0.2 e 0.8 . La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 4%, mentre B del 7%. Scegliendo un pezzo a caso e trovandolo difettoso, qual è la probabilità che provenga dalla linea B ?

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria. Mostrare che per ogni $a \in \mathbb{R}$ si ha

$$E[(X + a)^2 + \mu_X] - \sigma_X^2 = (\mu_X + a)^2 + \mu_X.$$

[PUNTI 2]

- (E1) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale, di dimensione n , estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[2a, 3a]$.
- (a) Determinare uno stimatore T_1 di a con il metodo dei momenti. Verificare se lo stimatore T_1 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T_1]$.
 - (b) Considerato poi lo stimatore $T_2 = X_1 - \frac{3}{5}X_2$, verificare se T_2 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T_2]$.
 - (c) Supposto $n = 3$, quale dei due stimatori T_1 e T_2 di a è preferibile (giustificare la risposta)?

[PUNTI 7]

(E2) Si ritiene che i tempi di reazione ad un certo stimolo siano distribuiti normalmente con media μ . Di seguito sono riportati i tempi di reazione, espressi in secondi, di un campione casuale

0.4	0.2	0.4	0.3	0.2
-----	-----	-----	-----	-----

Determinare un intervallo di confidenza al 90% per μ .

[PUNTI 7]

