

PROBABILITÀ E STATISTICA - 31.01.2011

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria  $X$  è distribuita normalmente con media 24 e varianza 4. Calcolare  $P[X \geq 19]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Si supponga che il numero medio settimanale di incidenti in un tratto di tangenziale ad alto traffico sia pari a 2. Qual è la probabilità che la prossima settimana avvengano almeno 2 incidenti?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) Sia  $X$  la variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{1}{15}x^2 + \frac{2}{5} & \text{se } -2 \leq x < 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare  $E[X]$ .

[PUNTI 4]

C3

(C4) Un'urna contiene 40 palline, di cui 13 bianche, 14 rosse, 9 gialle e le rimanenti nere. Si estraggono a caso due palline senza reinserimento. Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline sia rossa.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

**Quesito Teorico**

Mostrare che

$$E[(X + \mu_X)X] = \text{var}[X] + 2\mu_X^2.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale di ampiezza  $n$  estratto da una popolazione distribuita con densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} 7^{-\theta} \theta x^{\theta-1} & \text{se } 0 < x < 7, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con  $\theta \in \mathbb{R}^+$ . Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza  $\hat{\theta}$  di  $\theta$ .

[PUNTI 7]



(E2) La quantità (in quintali) di rifiuti solidi smaltiti da un'industria in giornata è una variabile aleatoria  $X$  con densità

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & \text{se } 0 \leq x \leq 5a, \\ k(10a - x) & \text{se } 5a < x \leq 10a, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Nel caso in cui  $a = \frac{6}{5}$ , si chiede:

- (a) Calcolare  $k$  e disegnare il grafico di  $f_X(x)$ .  
 (b) Considerati gli eventi

$A = \{\text{i rifiuti smaltiti sono più di } 5a \text{ quintali}\},$

$B = \{\text{i rifiuti smaltiti sono meno di } 5a \text{ quintali}\},$

$C = \{\text{la quantità di rifiuti smaltiti è compresa tra } 2.5a \text{ quintali e } 7.5a \text{ quintali}\},$

calcolare le probabilità  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(C)$ ,  $P(A|B)$ ,  $P(A|C)$ . Gli eventi  $A$  e  $B$  sono indipendenti?  
 Gli eventi  $A$  e  $C$  sono indipendenti?

[PUNTI 7]

