

PROBABILITÀ E STATISTICA - 18.04.2011

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ . Calcolare  $\sigma$  in modo tale che  $P[X \leq 6] = 0.99664$ ,  $P[X \leq 3.6] = 0.88686$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con una cifra decimale)

(C2) In un valico di montagna transitano in media 24 automobili in un'ora. Si chiede di determinare la probabilità che in 2 minuti ne passino al più 2.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C3) In un armadio sono appese 10 camicie, di cui 6 sono a quadri, 1 a righe e 3 a tinta unita. Si scelgono a caso 4 camicie. Qual è la probabilità di scegliere 1 camicia a quadri e 3 camicie non a quadri?

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Sono assegnati 8 sacchetti esternamente identici di biglie così composti:

- 3 sacchetti contengono 8 biglie opache e 7 lucide,
- 4 sacchetti contengono 2 biglie opache ed 8 lucide,
- 1 sacchetto contiene 5 biglie opache e 5 lucide.

Si estrae una biglia da uno dei sacchetti e risulta lucida. Qual è la probabilità che la biglia provenga da uno dei primi 3 sacchetti?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

**Quesito Teorico**

Siano  $X$  e  $Y$  due variabili casuali con  $\sigma_X^2 = \frac{1}{9}$  e  $\sigma_Y^2$  incognita. Sapendo che il coefficiente di correlazione  $\rho_{X,Y} = 1$ , trovare il valore di  $\sigma_Y$  tale che

$$\text{var}[X + Y] = 16.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $(X, Y)$  la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k x^2 y^3 & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \text{ e } 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante  $k \in \mathbb{R}$  di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale  $f_X(x)$  di  $X$ ;
- (c) determinare la densità marginale  $f_Y(y)$  di  $Y$ ;
- (d) determinare  $F_Y(y)$ ;
- (e) dire se le due variabili casuali siano indipendenti, motivando la risposta;
- (f) calcolare  $\text{cov}[X, Y]$ ;
- (g) calcolare  $P[X > Y]$ .

[PUNTI 7]



- (E2) Un imputato deve essere giudicato da una giuria composta da tre giudici il cui verdetto finale è raggiunto a maggioranza. I tre giudici A, B, C assumono la loro decisione indipendentemente. I giudici A e B hanno probabilità  $\frac{1}{2}$  di decidere per l'assoluzione dell'imputato, mentre il giudice C decide di condannarlo se lanciando una coppia di dadi realizza un punteggio pari a 10, 11, o 12. Calcolare
- (a) la probabilità che l'imputato sia condannato da C;
  - (b) la probabilità che l'imputato sia assolto da A e da C;
  - (c) la probabilità che l'imputato venga condannato;
  - (d) la probabilità che l'imputato venga condannato sapendo che lanciando una coppia di dadi il punteggio è 4.

[PUNTI 7]

