

PROBABILITÀ E STATISTICA - 24.01.2012

COGNOME E NOME

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Un'urna contiene 35 monete con inciso, in entrambe le facce, Testa, 20 monete con inciso, in entrambe le facce, Croce, e 15 monete riportanti i classici simboli Testa e Croce. Si estrae a caso una moneta dall'urna e la si lancia. Sapendo che è uscita Testa, qual è la probabilità che l'altra faccia riporti il simbolo Testa?

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C2) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 48 e varianza 16. Calcolare a in modo tale che $P[|X - 48| \geq a] = 0,242$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con due cifre decimali)

(C3) Si considerino le misure dei diametri dei cuscinetti usati nel carrello di un aereo. Un campione di 100 cuscinetti ha presentato diametro medio pari a 8,255 cm. Supponendo che la distribuzione dei diametri dei cuscinetti sia una normale di media μ e varianza $\sigma^2 = 0,16 \text{ cm}^2$, determinare l'intervallo di confidenza al 90% per μ .

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(C4) Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile aleatoria X con media $\mu = 18$ e deviazione standard $\sigma = 2,5$. Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 8 e 28?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato quattro cifre decimali)

Quesito Teorico

Date tre variabili aleatorie X, Y, Z , dimostrare che

$$\text{cov}(X \pm 2Y, 3Z) = 3 \text{cov}(X, Z) \pm 6 \text{cov}(Y, Z).$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k \frac{y}{x} & \text{se } 1 \leq x \leq e \text{ e } 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale $f_X(x)$ di X ;
- (c) determinare la densità marginale $f_Y(y)$ di Y ;
- (d) dire se le due variabili casuali siano indipendenti, motivando la risposta;
- (e) determinare $f_{Y|X}(y|x)$ per $1 \leq x \leq e$;
- (f) calcolare $E[Y|X = 2]$;
- (g) calcolare $P\left[Y < \frac{1}{4}\right]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X_1, \dots, X_6 un campione casuale di ampiezza 6, estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} 3\theta x + 1 - \frac{3\theta}{2} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $0 < \theta < \frac{2}{3}$.

- (a) Determinare uno stimatore T_1 di θ con il metodo dei momenti.
- (b) Verificare se lo stimatore T_1 è non distorto.
- (c) Si consideri lo stimatore $T_2 = 2(X_1 + X_2 - 1)$. Indicare quale dei due stimatori T_1 e T_2 sia preferibile, motivando la risposta.

[PUNTI 7]

