

PROBABILITÀ E STATISTICA - 03.04.2012

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria  $X$  è distribuita normalmente con media 24 e varianza 6, 25. Si chiede di calcolare  $P \left[ 28, 8 \leq \frac{6}{5}X \leq 36 \right]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C2) Siano  $U_1$  ed  $U_2$  due urne contenenti palline. Supponiamo che

- $U_1$  contenga il 60% di palline bianche;
- $U_2$  contenga il 70% di palline bianche;
- $U_1$  contenga il triplo di palline di  $U_2$ .

Poniamo ora tutte le palline delle due urne  $U_1$  e  $U_2$  in una sola urna  $U$  ed estraiamo una pallina. Sapendo che la pallina è bianca, qual è la probabilità che inizialmente appartenesse all'urna  $U_2$ . [PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione)

(C3) In un ufficio comunale transitano, per un dato sportello, mediamente 80 persone all'ora. Se l'impiegato, assegnato allo sportello, si deve assentare per 3 minuti, qual è la probabilità che arrivino almeno 2 persone. [PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

- (C4) Una famiglia ha 6 figli. Nell'ipotesi che la nascita di un figlio maschio abbia la stessa probabilità della nascita di una figlia femmina, determinare la probabilità che, scelti a caso, 3 figli, almeno 1 sia maschio.  
[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione)

**Quesito Teorico**

Scrivere la legge che governa la densità di probabilità  $f_X(x; a_1, a_2)$  per una variabile casuale rettangolare  $X$ , con  $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$  e  $a_1 < a_2$  e tracciarne il grafico. Calcolarne infine la varianza  $\text{var}[X]$ .  
[PUNTI 2]

(E1) Sia  $(X, Y)$  la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{xy}} & 0 < x < 1 \text{ e } x < y < 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante  $k \in \mathbb{R}$  di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale di  $Y$  ;
- (c) determinare la densità marginale di  $X$  ;
- (d) determinare  $F_X(x)$ ;
- (e) determinare  $f_{Y|X}(y|x)$  per  $0 < x < 1$ ;
- (f) calcolare  $E \left[ Y \mid X = \frac{1}{4} \right]$ .

[PUNTI 7]



(E2) Il diametro delle sfere di cuscinetti costruiti in serie da una macchina automatica ha distribuzione normale con media incognita e varianza  $\text{cm}^2 (0,048)^2$ . Determinare un intervallo di confidenza al 99% per il diametro medio della produzione di sfere, sapendo che le misurazioni dei diametri di un campione casuale di 256 sfere di cuscinetti costruiti dalla macchina danno un diametro medio di  $\text{cm } 0,824$  (scrivere gli estremi dell'intervallo con quattro cifre decimali). Inoltre, qual è l'ampiezza minima del campione affinché l'intervallo di confidenza al 90% abbia ampiezza minore o uguale a  $\text{cm } 0,01$ ?

[PUNTI 7]

