

PROBABILITÀ E STATISTICA - 07.09.2016

COGNOME E NOME

C. D. L.:ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Si supponga che il livello X di una sostanza inquinante abbia distribuzione normale con media μ e deviazione standard σ (in microgrammi per metro cubo). Sapendo che $\mu = 260$ e $\sigma^2 = 3600$, calcolare la probabilità che il livello dell'inquinante sia inferiore a 340.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con tre cifre decimali)

(C2) Data la funzione:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - 1, & \text{se } 2 \leq x < k, \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

determinare il valore di k in modo che $f_X(x)$ rappresenti una funzione di densità di probabilità.

[PUNTI 4]

C2

(C3) In una fabbrica di cioccolato il numero X di cioccolatini di forma irregolare prodotti giornalmente da una macchina segue una distribuzione di Poisson con media λ . Calcolare la probabilità che X sia minore di 1.

[PUNTI 4]

C3

- (C4) La probabilità che un soggetto abbia un'infezione virale è pari a 0.0005. La diagnosi dell'infezione è effettuata mediante un test clinico che ha le seguenti caratteristiche: la probabilità che un soggetto infetto risulti positivo al test è 0.95, mentre la probabilità che un soggetto non infetto non risulti positivo al test è 0.85. Calcolare la probabilità che un soggetto sia infetto dato che è risultato positivo al test.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con sei cifre decimali)

Quesito Teorico

Verificare che

$$E[(X + \mu_X)X] - 2(E[X])^2 = \text{var}[X].$$

[PUNTI 2]

(E1) Data la seguente tabella

X	-1	0	1
$P[X = x]$	$2\theta^2$	$\frac{5}{3}\theta$	$\frac{1}{3} - \theta^2$

Si chiede:

- Calcolare il valore del parametro θ per cui la tabella introdotta definisca la funzione di densità di probabilità f_X di una v.a. unidimensionale X .
- Rappresentare graficamente f_X .
- Calcolare $P[-0.5 < X < 2]$.
- Calcolare $P[X \geq 0]$.
- Determinare il valore atteso $E[X]$.
- Determinare la varianza $\text{var}[X]$.
- Determinare la funzione di ripartizione F_X di X .

[PUNTI 7]

(E2) Data una popolazione con media μ e varianza σ^2 si consideri il seguente stimatore della media

$$T = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + aX_3.$$

- (a) Calcolare per quali valori di a lo stimatore T risulti corretto.
- (b) Calcolare $\text{var}[T]$.
- (c) Determinare il valore dello stimatore se si osserva il campione $(x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = 6)$.

[PUNTI 7]

