

PROBABILITÀ E STATISTICA - 27.03.2018

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	TOT
Punti												

(Q1) Da una popolazione con media pari a 80 e deviazione standard 18, vengono selezionati campioni casuali di dimensione $n = 36$. Determinare la media e l'errore standard della relativa distribuzione campionaria della media.

[PUNTI 3]

Q1

(Q2) Una macchina produce pezzi difettosi con probabilità 0.2. Prendi un lotto di 5 pezzi: qual è la probabilità di trovare 1 pezzo difettoso?

[PUNTI 3]

Q2 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(Q3) Sul banco di un supermercato ci sono 45 confezioni di latte di riso, delle quali 25 scadono oggi e 20 domani. Si calcoli la probabilità che 2 confezioni estratte senza reinserimento abbiano la stessa data di scadenza.

[PUNTI 3]

Q3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(Q4) Un costruttore viene fornito per gli stessi tipi di pezzi per l'80% dalla ditta A e per il restante 20% dalla ditta B. Tali pezzi vengono poi depositati assieme nello stesso magazzino. Per il passato è stato notato che i prodotti di A erano per il 5% difettosi, mentre quelli della ditta B lo erano nella misura del 9%. Avendo scelto un pezzo a caso dal magazzino ed avendo riscontrato che è difettoso, qual è la probabilità che sia stato fornito da B?

[PUNTI 3]

Q4 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

- (Q5) Si estragga da una popolazione normale di media μ e varianza 1 un campione casuale (X_1, X_2) di due unità. Volendo stimare il parametro μ si considerino i seguenti stimatori:

$$T_1 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2, \quad T_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2.$$

Verificare che tali stimatori siano corretti e determinare quello più efficiente.

[PUNTI 3]

Q5

- (Q6) Data la densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} kx^2 & -3 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{6} & 2 < x \leq 4 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

determinare la costante di normalizzazione k .

[PUNTI 3]

Q6 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

- (Q7) Sia X_1, \dots, X_n un campione aleatorio. Supponiamo che le $X_i, i = 1, \dots, n$ siano v.a. indipendenti e esponenziali, ciascuna di media θ incognita. Si trovi lo stimatore di massima verosimiglianza per la media della distribuzione.

[PUNTI 3]

Q7

- (Q8) Data la seguente funzione di ripartizione di una variabile casuale X

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 1, \\ \ln x & \text{se } 1 < x \leq e, \\ 1 & \text{se } x > e, \end{cases}$$

si chiede di calcolare $P[X > 2]$.

[PUNTI 3]

Q8

- (Q9) Vengono effettuate in tempi diversi 20 misurazioni della concentrazione di un dato elemento in un materiale, e si osserva una media di 1.23 unità ed una varianza corretta di 0.4 unità². Nell'ipotesi che questa concentrazione abbia un modello statistico normale con parametri sconosciuti, determinare l'intervallo di confidenza al 95% per la sua media.

[PUNTI 3]

Q9 (scrivere gli estremi dell'intervallo con tre cifre decimali)

- (Q10) Le precipitazioni annuali di Roma sono approssimativamente una variabile aleatoria normale di media 40.2 centimetri e deviazione standard di 8.4 centimetri. Qual è la probabilità che le precipitazioni dell'anno prossimo superino i 44 centimetri?

[PUNTI 3]

Q10 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(Q11) Tre macchine A , B , C producono, rispettivamente, il 60%, il 30% e il 10% del numero totale dei pezzi prodotti da una fabbrica. Le percentuali di produzione difettosa di queste macchine sono, rispettivamente, del 2%, 3% e 4%. Viene estratto a caso un pezzo che risulta difettoso. Determinare la probabilità che quel pezzo sia stato prodotto dalla macchina C .

[PUNTI 3]

Q11 (scrivere il risultato con due cifre decimali)
--