

PROBABILITÀ E STATISTICA - 12.06.2018

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	TOT
Punti												

(Q1) Avendo osservato il campione aleatorio (1.2, 3.4, 0.6, 5.6) da una distribuzione normale con $\sigma = 3$, si determini un intervallo di confidenza di livello 0.95 per la media μ della popolazione.

[PUNTI 3]

Q1 (scrivere gli estremi dell'intervallo con due cifre decimali)

(Q2) Sia (X_1, \dots, X_n) un campione aleatorio dalla distribuzione Poissoniana di parametro λ . Si calcoli lo stimatore per λ con il metodo dei momenti.

[PUNTI 3]

Q2

(Q3) Nel caso in cui A e C siano eventi incompatibili con B , verificare se $P(A \cup B|C) = P(A|C)$.

[PUNTI 3]

Q3 (scrivere la risposta con motivazione)

(Q4) L'urna A contiene 2 palline bianche e 3 nere; l'urna B ne contiene 4 bianche e 1 nera; l'urna C ne contiene 3 bianche e 4 nere. Si sceglie a caso un'urna, e si estrae una pallina bianca. Calcolare la probabilità che essa provenga dall'urna C .

[PUNTI 3]

Q4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(Q5) Si determini la funzione di ripartizione F_X di una variabile aleatoria X uniformemente distribuita nell'intervallo $[0, 2]$.

[PUNTI 3]

Q5

(Q6) Data la densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2} & 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

determinare la costante di normalizzazione $k \in \mathbb{R}$ ed il valore atteso $E[X]$.

[PUNTI 3]

Q6

(Q7) Da una popolazione normalmente distribuita si estrae un campione di 10 anelli di diametro medio $\bar{x} = 28.2$ cm, con scarto quadratico medio del campione pari a $s = 5.29$ cm. Determinare l'intervallo di confidenza per la stima del diametro medio della popolazione con livello di fiducia 0.95.

[PUNTI 3]

Q7 (scrivere gli estremi dell'intervallo con due cifre decimali)

(Q8) Dieci simboli binari sono trasmessi su un canale simmetrico avente probabilità di errore $p = 0.01$. Calcolare la probabilità di ricevere almeno un simbolo errato.

[PUNTI 3]

Q8 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(Q9) I pacchi da sei bottiglie di acqua minerale confezionati da uno stabilimento hanno un peso medio di 9.3 Kg, con varianza $\sigma^2 = 0.4$ Kg². Calcolare la probabilità che un campione di $n = 20$ pacchi proveniente dallo stabilimento abbia un peso totale maggiore di 184 Kg.

[PUNTI 3]

Q9 (scrivere il risultato con due cifre decimali)

(Q10) Consideriamo la funzione

$$f_X(x) = \begin{cases} \vartheta x + 1 - \frac{\vartheta}{2} & 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

dipendente dal parametro reale ϑ . Sia (X_1, \dots, X_n) un campione aleatorio estratto dalla popolazione di carattere X . Definite le due statistiche:

$$S_n = \frac{1}{12} - \frac{6}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad T_n = 12 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{2} \right),$$

quale delle due è uno stimatore non distorto di ϑ , motivando la risposta ?

[PUNTI 3]

Q10

(Q11) Nel misurare il coefficiente di dilatazione lineare di un metallo, uno sperimentatore stima che la deviazione standard è di 0.05 mm. Quanto deve essere grande il campione delle misure affinché egli abbia la fiducia del 99% che l'errore, nello stimare il coefficiente medio, non sia superiore a 0.01 mm ?

[PUNTI 3]

Q11