Statistica e Analisi Matematica - 20.01.2010

Cognome e Nome ....

C. d. L.: GESLT   Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	S1	S2	S3	S4	A1	A2	A3	A4	TOT
Punti									

(S1) Siano X una variabile aleatoria normale, di media 10 e varianza $6,25$, ed Y una variabile aleatoria normale, di media 7 e deviazione standard 4, indipendente da X. Calcolare $P[(X > 8) \vee (|Y - 2| < 6)]$.
[punti 4]

S1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(S2) Sia X la variabile aleatoria che conteggia il numero di risposte esatte in una prova di accertamento del profitto costituita da 48 quesiti. Supponendo che la probabilità di rispondere esattamente ad un quesito sia valutata pari a $\dfrac{1+\theta}{4}$ con $\theta \in (0,3)$,

(a) determinare uno stimatore di θ con il metodo dei momenti;

(b) successivamente, calcolare la stima di θ attraverso la seguente realizzazione campionaria

$$x_1 = 30, \quad x_2 = 33, \quad x_3 = 24, \quad x_4 = 40,$$
$$x_5 = 36, \quad x_6 = 30, \quad x_7 = 30, \quad x_8 = 17.$$

[punti 4]

S2

(a)

(b)

(S3) Sapendo che la probabilità che si verifichi almeno un terremoto in un anno a Cremona è pari a $\frac{2}{15}$, determinare il numero medio di terremoti in un anno.

[PUNTI 4]

S2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(S4) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale e sia $f_{X,Y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tale che

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \dfrac{y}{4x^3} & \text{se } \ x > 1 \ \text{ e } \ 0 < y < a, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

con $a > 0$.

(a) Determinare a affinché $f_{X,Y}$ sia una funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria bidimensionale (X, Y).

(b) Determinare la funzione di ripartizione $F_{X,Y}(x, y)$.

[PUNTI 4]

S4
(a)
(b)

(A1) Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = (x - y)^2(2x + y).$$

[PUNTI 4]

A1

(A2) Calcolare

$$\iint_T |x| \sin(y)\, dx\, dy,$$

dove $T = T_1 \cup T_2$ con

$$T_1 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \quad \text{e} \quad x \geq 0\right\},$$

$$T_2 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 0 \leq y \leq x + 2 \quad \text{e} \quad -2 \leq x \leq 0\right\}.$$

[PUNTI 4]

A2

(A3) Data la funzione reale $f(x, y) = xye^{y-x^2}$ nel dominio $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{e} \quad 0 \leq y \leq x^2 + 1\right\}$, determinare il minimo m ed il massimo M di f in D, specificando in quali punti di D essi siano assunti.

[PUNTI 4]

A3

(A4) Un punto si muove lungo la traiettoria di equazione

$$\vec{r}(t) = [t - sin(t)]\vec{\imath} + [t - \cos(t)]\vec{\jmath}, \qquad \text{con } t \in [0, 2\pi].$$

Determinare per quali valori del parametro t la velocità del punto è ortogonale alla accelerazione del punto stesso.

[PUNTI 4]

A4