

STATISTICA E ANALISI MATEMATICA - 28.06.2010

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	S1	S2	S3	S4	A1	A2	A3	A4	TOT
Punti									

(S1) Ogni mattina d'estate un giardiniere si prepara un cestino con 6 frutti: due kiwi, una mela, una pesca e due albicocche. Durante la giornata estrae a caso dal cestino tre di questi frutti e li mangia. Sapendo che le sue provviste iniziali comprendevano 20 kiwi, 20 albicocche, 10 pesche e 10 mele, calcolare la probabilità che, dopo 10 giorni, tanto le mele quanto le pesche siano finite.

[PUNTI 4]

S1

(S2) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n estratto da una popolazione con densità di probabilità

$$f_X(x) = -\frac{3}{4\theta^3} x(x - 2\theta) I_{(0,2\theta)}(x),$$

dipendente dal parametro $\theta > 0$. Determinare mediante il metodo dei momenti uno stimatore T del parametro θ valutandone la correttezza. [PUNTI 4]

S2

- (S3) Sia X una variabile aleatoria normale di media μ e varianza σ^2 incognite. Determinare il valore di μ e σ sapendo che

$$P[X \geq 3.1] = 0.42074 \quad \text{e} \quad P[X < 1] = 0.30854 .$$

[PUNTI 4]

S3

- (S4) Data una variabile aleatoria bidimensionale (X, Y) e data la funzione

$$f_{X,Y}(x, y) = k \frac{y}{x^2} e^{-y} I_{(2,4)}(x) I_{(0,+\infty)}(y) ,$$

- (a) determinare il valore di k affinché $f_{X,Y}(x, y)$ sia una funzione densità di probabilità congiunta;
- (b) determinare la densità di probabilità condizionata $f_{X|Y}(x|y)$ per valori di y positivi;
- (c) calcolare $\text{var}[X + Y]$.

[PUNTI 4]

S4

- (a) (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(b)

(c)

(A1) Determinare il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \sqrt{1 - \sin(x^2 + y^2 - 7)} + \frac{1}{\sqrt{\arctan(xy - 1)}}.$$

[PUNTI 4]

A1

(A2) Calcolare l'integrale curvilineo rispetto alla lunghezza d'arco

$$\int_{\Gamma} \sqrt{y} \, ds,$$

dove la curva Γ ha rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = 2 \cos(t) \vec{i} + t^2 \vec{j} + 2 \sin(t) \vec{k}, \quad \text{con } t \in [-1, 1].$$

[PUNTI 4]

A2

(A3) Si considerino la funzione reale $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = xy$, e l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| - 3 \leq y \leq 3 - |x|\}.$$

Determinare il minimo m ed il massimo M di f in D , specificando in quali punti di D essi siano assunti.

[PUNTI 4]

A3

(A4) Determinare l'equazione della retta tangente alla curva di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = 2e^{-t} \cos(t) \vec{i} + 2e^{-t} \sin(t) \vec{j} + 2e^{-t} \vec{k}, \quad \text{con } t \in [-\pi, \pi],$$

in $P(2, 0, 2)$.

[PUNTI 4]

A4