

COGNOME E NOME

CORSO DI LAUREA: INGEGNERIA PER L'AMBIENTE ED IL TERRITORIO

ANNO DI CORSO 2 3 ALTRO

DATA ORALE 16.12.2003 07.01.2004

1. La scatola A contiene 2 lampadine difettose e 3 non difettose; la scatola B ne contiene 4 difettose e 1 non difettosa; la scatola C ne contiene 3 difettose e 4 non difettose.

- (a) Scelta a caso una scatola ed estratta a caso una lampadina, calcolare la probabilità che sia non difettosa.
- (b) Scelta a caso una scatola ed estratta una lampadina difettosa, calcolare la probabilità che essa provenga dalla scatola C .

[PUNTI 6]

2. (a) Determinare la costante k di normalizzazione della densità di una variabile casuale X definita da

$$f_X(x) = \begin{cases} kx(2-x) & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{se } x < 0 \text{ o } x > 2, \end{cases}$$

e tracciare il grafico di $f_X(x)$.

- (b) Determinare la corrispondente funzione di ripartizione F_X e tracciarne il grafico.
- (c) Calcolare $p[X > 1]$ e $E[X]$.

[PUNTI 6]

3. Sia X una variabile casuale distribuita secondo una normale con media 35 e deviazione standard 5. Calcolare $p[X < 25]$, $p[37.5 < X < 40]$, $p[32.5 < X < 37.5]$.

[PUNTI 6]

4. Data la variabile casuale bidimensionale avente densità

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 4x(1-y) & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

- (a) calcolare $p[0 \leq X \leq \frac{1}{3}, 0 \leq Y \leq \frac{1}{3}]$;
- (b) determinare le densità marginali f_X e f_Y e dire se X e Y sono indipendenti.

[PUNTI 6]

5. Sia X una variabile casuale normale con media μ e varianza σ^2 . Siano X_1, X_2, X_3 le variabili casuali indipendenti descritte dalle tre determinazioni x_1, x_2, x_3 di un campione casuale estratto da essa. Per stimare il parametro μ si considerano i due seguenti stimatori:

$$\bar{X}_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \quad T = \frac{1}{5}X_1 + \frac{1}{5}X_2 + \frac{3}{5}X_3.$$

- (a) Dire se \bar{X}_3 e T sono stimatori non distorti di μ e motivare la risposta.
- (b) Calcolare $\text{MSE}[\bar{X}_3]$ e $\text{MSE}[T]$ e stabilire quale tra i due stimatori \bar{X}_3 e T di μ sia preferibile, motivando la risposta.

[PUNTI 6]

6. (FACOLTATIVO) I carichi di rottura prodotti da una ditta sono distribuiti normalmente con una media pari a 1800 kg ed uno scarto quadratico medio di 100 kg. Si afferma che mediante una nuova tecnica di costruzione il carico può essere reso maggiore. Per sottoporre a test questa affermazione si provano 50 cavi e si trova che il carico di rottura medio è di 1850 kg. È possibile accettare l'affermazione ad un livello di significatività dell'1%? (Suggerimento: $H_0 : \mu = 1800$)

[PUNTI 3]

AVVERTENZE:

- Durata della prova: 2 ore.
- Ammissione alla prova orale: 16 punti.