

COGNOME E NOME .....

CORSO DI LAUREA: INGEGNERIA PER L'AMBIENTE ED IL TERRITORIO

ANNO DI CORSO  2  3  ALTRO

1. Tre macchine  $A, B, C$  producono, rispettivamente, il 60%, il 30% e il 10% del numero totale dei pezzi prodotti da una fabbrica. Le percentuali di produzione difettosa di queste macchine sono, rispettivamente, del 2%, 3% e 4%. Viene estratto a caso un pezzo che risulta difettoso. Determinare la probabilità che quel pezzo sia stato prodotto dalla macchina  $C$ .

[PUNTI 6]

2. (a) Verificare che la seguente funzione

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 1 \\ \ln x & \text{se } 1 < x \leq e \\ 1 & \text{se } x > e \end{cases}$$

è una funzione di ripartizione di una variabile casuale  $X$  e tracciarne il grafico.

- (b) Determinare la corrispondente funzione di densità  $f_X$  e tracciarne il grafico.  
 (c) Calcolare  $E[X]$  e  $\text{var}[X]$ .  
 (d) Calcolare  $p[X > 3]$  e  $p[X > 2]$ .

[PUNTI 6]

3. Calcolare la media e la deviazione standard di una variabile aleatoria  $X$ , con distribuzione normale, tale che  $p[X > -3] = 0.691462$  e  $p[X < 2] = 0.977250$ .

[PUNTI 6]

4. Sia  $X$  la variabile casuale avente funzione di densità

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-(x-2)} & \text{se } x > 2 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (a) Determinare la corrispondente mediana  $\text{med}[X]$ .  
 (b) Siano  $X_1, \dots, X_n$   $n$  variabili casuali indipendenti e ciascuna con la stessa densità di probabilità  $f_X$ . Sia  $Y = \min[X_1, \dots, X_n]$ . Calcolare la funzione di ripartizione e la funzione di densità della variabile casuale  $Y$ .

[PUNTI 6]

5. Vengono effettuate in tempi diversi 20 misurazioni della concentrazione di un dato elemento in un materiale, e si osserva una media di 1.23 unità ed una varianza corretta di 0.4 unità<sup>2</sup>. Nell'ipotesi che questa concentrazione abbia un modello statistico normale con parametri sconosciuti, determinare l'intervallo di confidenza al 95% per la sua media.

[PUNTI 6]

6. (FACOLTATIVO) Il peso di certi pacchetti confezionati automaticamente è distribuito secondo una distribuzione normale con scarto quadratico medio 0.25 g. L'esame di un campione di 20 confezioni ha permesso di calcolare uno scarto quadratico campionario 0.32 g. L'apparente aumento dello scarto quadratico medio, cioè della variabilità, è significativo al livello 0.05? (Suggerimento:  $H_0 : \sigma^2 = 0.25^2$ )

[PUNTI 3]

AVVERTENZE:

- Durata della prova: 2 ore.
- Ammissione alla prova orale: 16 punti.