

PROBABILITÀ E STATISTICA - 28.06.2005

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA

Esercizio	1	2	3	4	5	6	TOT
Punti							

1. Una fabbrica realizza componenti elettronici che escono da due linee di produzione A e B , rispettivamente, con probabilità 0.2 e 0.8 . La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 8%, mentre B del 6%. Scegliendo un pezzo a caso e trovandolo difettoso, qual è la probabilità che provenga dalla linea A ?

[PUNTI 6]

2. Una azienda ha una rete interna che permette l'accesso ad un massimo di 3 utenti contemporaneamente. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 5 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con probabilità $p = \frac{3}{5}$ di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che, ad un dato istante, un operatore non riesca a collegarsi (cioè, tutti e tre gli accessi sono già occupati)? [PUNTI 6]

3. Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 21 e varianza 4. Calcolare $P[X \geq 18]$ (scrivere il risultato con quattro decimali).

[PUNTI 6]

4. La quantità (in quintali) di rifiuti solidi smaltiti da un'industria in giornata è una variabile aleatoria X con densità

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & \text{se } 0 \leq x \leq 5, \\ k(10 - x) & \text{se } 5 < x \leq 10, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) Calcolare k e disegnare il grafico di $f_X(x)$.
 (b) Considerati gli eventi

$A = \{\text{i rifiuti smaltiti sono più di 5 quintali}\},$

$B = \{\text{i rifiuti smaltiti sono meno di 5 quintali}\},$

$C = \{\text{la quantità di rifiuti smaltiti è compresa tra } 2.5a \text{ quintali e } 7.5a \text{ quintali}\},$

calcolare le probabilità $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(A|B)$, $P(A|C)$. Gli eventi A e B sono indipendenti? Gli eventi A e C sono indipendenti?

[PUNTI 6]

5. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale, di dimensione n , estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[a, 2a]$.
- (a) Determinare uno stimatore T_1 di a con il metodo dei momenti. Verificare se lo stimatore T_1 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_1]$.
 - (b) Considerato poi lo stimatore $T_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{6}X_2$, verificare se T_2 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_2]$.
 - (c) Supposto $n = 3$, quale dei due stimatori T_1 e T_2 di a è preferibile (giustificare la risposta)?

[PUNTI 6]

6. Un produttore di fiammiferi sostiene che il contenuto medio di una scatola standard è di 45 fiammiferi. Si suppone che il numero di fiammiferi in una scatola segua una distribuzione normale con deviazione standard nota di 7.2 fiammiferi. Un'organizzazione di consumatori misura il numero di fiammiferi in ognuna delle 100 scatole selezionate in modo casuale, ottenendo una media di 43.7 fiammiferi. Questo esperimento fornisce una prova sufficiente per lamentarsi sulla eccessiva stima del contenuto dichiarato nelle scatole standard al livello di significatività del 5% (Suggerimento: $H_0 : \mu \geq 45$)?

[PUNTI 3]

AVVERTENZE:

- Durata della prova: 2 ore.
- Ammissione alla prova orale: 16 punti.