

PROBABILITÀ E STATISTICA - 05.09.2006

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 3

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Un'urna contiene 30 monete con inciso, in entrambe le facce, Testa, 50 monete con inciso, in entrambe le facce, Croce, e 20 monete riportanti i classici simboli Testa e Croce. Si estrae a caso una moneta dall'urna e la si lancia. Sapendo che è uscita Testa, qual è la probabilità che l'altra faccia riporti il simbolo Testa?

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato in frazione)
--

(C2) Ad un corso di Probabilità e Statistica sono iscritte 50 matricole, delle quali 30 hanno superato l'esame di Analisi Matematica A. Scelti a caso 4 studenti, qual è la probabilità che 3 di essi abbiano superato l'esame di Analisi Matematica A?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C3) Si considerino le misure dei diametri dei cuscinetti usati nel carrello di un aereo. Un campione di 16 cuscinetti ha presentato diametro medio pari a 8,255 cm. Supponendo che la distribuzione dei diametri dei cuscinetti sia una normale di media μ e varianza $\sigma^2 = 0,16 \text{ cm}^2$, determinare l'intervallo di confidenza al 90% per μ .

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile aleatoria X con media $\mu = 15$ e deviazione standard $\sigma = 2,5$. Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 5 e 25?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro decimali)

Quesito Teorico

Dare la definizione di distorsione di uno stimatore e dimostrare che

$$\text{MSE}[T] = \text{var}[T] + (D[T])^2.$$

[PUNTI 2]

(E1) In una fase finale dei campionati del mondo, Italia e Francia si affrontano in uno scontro ad eliminazione diretta. Persistendo il risultato di parità ($0 - 0$) fino alla fine del secondo tempo supplementare, le due squadre procedono alla routine dei calci di rigore. Sapendo che ogni giocatore francese ha la probabilità $0,8$ di segnare, mentre ogni giocatore italiano ha probabilità $0,7$ di segnare, calcolare la probabilità che, dopo due tiri dal dischetto effettuati da ogni squadra, il risultato sia

- (a) $0 - 0$;
- (b) $1 - 1$;
- (c) $2 - 2$;
- (d) in parità.

[PUNTI 7]

(E2) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = C \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right) I_{(0,1)}(x) I_{(0,4)}(y).$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $C \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la funzione di ripartizione congiunta $F_{X,Y}(x, y)$;
- (c) determinare le densità marginali $f_X(x)$ e $f_Y(y)$;
- (d) calcolare $E[Y|X = x]$.

[PUNTI 7]

