

PROBABILITÀ E STATISTICA - 19.12.2006

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 3

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale con distribuzione continua uniforme nell'intervallo (a, b) , con $a, b \in \mathbb{R}$ e $b > a$. Determinare a e b sapendo che il valore atteso di X è 0 e la sua varianza è 12.

[PUNTI 4]

C1

(C2) Sia X una variabile casuale con media 20 e varianza 4. Dire qual è il limite inferiore della probabilità $P[16 < X < 24]$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Ad uno studente viene dato un questionario di 9 domande alle quali deve rispondere solo con un Sì o con un No. Lo studente, preso dal panico, decide di rispondere Sì se nel lancio di un dado non truccato esce 1 oppure 6 e No negli altri casi. Calcolare la probabilità che alle 9 domande risponda almeno 7 volte Sì.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Calcolare la probabilità che lanciando 2 volte un dado non truccato si ottengano numeri tutti diversi.
[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque decimali)

Quesito Teorico

Detto ρ il coefficiente di correlazione tra due variabili casuali X, Y , dimostrare che

$$\rho(4X, 4Y) = \rho(X, Y).$$

[PUNTI 2]

(E1) Data la funzione

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} 15 k \theta x^2 e^{-\theta x^3} & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$, verificare che, per $k = \frac{1}{5}$, $f_X(x, \theta)$ è una funzione di densità di probabilità per ogni $\theta \in \mathbb{R}^+$.

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n , estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità $f_X(x, \theta)$, con il precedente k indicato. Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza $\hat{\theta}$ di θ .

[PUNTI 7]

(E2) Da una popolazione normale di media μ e varianza 9 è stato estratto un campione di ampiezza $n = 6$.
Sia

64	72	68	84	75	66
----	----	----	----	----	----

una realizzazione campionaria.

- (a) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale al 90% per μ .
- (b) Determinare un intervallo di confidenza unilaterale destro al 90% per μ .
- (c) Qual è il valore minimo dell'ampiezza n del campione affinché l'intervallo di confidenza bilaterale della media μ al 99% abbia lunghezza minore di 2?

[PUNTI 7]

